

11. SOAL-SOAL LINGKARAN

EBTANAS1999

1. Diketahui lingkaran $x^2 + y^2 + 2px + 10y + 9 = 0$ mempunyai jari-jari 5 dan menyinggung sumbu x. Pusat lingkaran tersebut adalah...

- A. (-5,-3) C.(6,-5) E. ((3,-5)
 B. (-5,3) D. (-6,-5)

jawab:

Persamaan lingkaran:

$$x^2 + y^2 + 2px + 10y + 9 = 0$$

$$A = 2p; B = 10; C = 9$$

Menyinggung sumbu x maka $r = |b| = 5$

$$\text{Pusat lingkaran} = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

$$5 = \sqrt{\frac{1}{4}(2p)^2 + \frac{1}{4}(10)^2 - 9} = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot 4p^2 + \frac{1}{4} \cdot 100 - 9}$$

$$= \sqrt{p^2 + 25 - 9} = \sqrt{p^2 + 16}$$

$$25 = p^2 + 16$$

$$p^2 = 9 \rightarrow p = \pm 3$$

Pusat lingkaran:

$$\text{jika } p = 3 \rightarrow \left(-\frac{1}{2} \cdot 6, -\frac{1}{2} \cdot 10\right) = (-3, -5)$$

$$\text{jika } p = -3 \rightarrow \left(-\frac{1}{2} \cdot -6, -\frac{1}{2} \cdot 10\right) = (3, -5)$$

maka jawaban yang ada adalah (3,-5) → E

UN2005

2. Persamaan lingkaran yang berpusat di (1,4) dan menyinggung garis $3x - 4y - 2 = 0$ adalah...

- A. $x^2 + y^2 + 3x - 4y - 2 = 0$
 B. $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$
 C. $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 8 = 0$
 D. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$
 E. $x^2 + y^2 + 2x + 8y - 16 = 0$

Jawab:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$a = 1; b = 4; r = ?$$

Apabila menyinggung garis $Ax + By + c$, maka

$$r = \left| \frac{Aa + Bb + C}{\sqrt{A^2 + B^2}} \right|$$

$$Ax + By + C \Leftrightarrow 3x - 4y - 2 = 0$$

$$A = 3; B = -4; C = -2$$

$$r = \left| \frac{3 \cdot 1 + (-4) \cdot 4 + (-2)}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} \right|$$

$$= \left| \frac{3 - 16 - 2}{\sqrt{9 + 16}} \right| = \left| \frac{-15}{\sqrt{9 + 16}} \right| = \frac{15}{5} = 3$$

Persamaan lingkaran :

$$(x - 1)^2 + (y - 4)^2 = 3^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 - 8y + 16 = 9$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 17 - 9 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 8y + 8 = 0$$

Jawabannya adalah D

UAN2002

3. Jarak antara titik pusat lingkaran

$x^2 - 4x + y^2 + 4 = 0$ dari sumbu Y adalah....

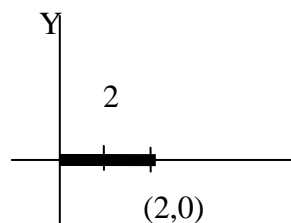
- A. 3 B. $2\frac{1}{2}$ C. 2 D. $1\frac{1}{2}$ E. 1

jawab:

$$\text{Pusat lingkaran} = \left(-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B\right)$$

$$A = -4; B = 0$$

$$\text{Pusat lingkaran} = \left(-\frac{1}{2} \cdot -4, -\frac{1}{2} \cdot 0\right) = (2, 0)$$



jaraknya adalah 2
 Jawabannya adalah C

UMPTN1998

4. Jika titik $(-5, k)$ terletak pada lingkaran

$$x^2 + y^2 + 2x - 5y - 21 = 0, \text{ maka nilai } k \text{ adalah..}$$

- A. -1 atau -2 C. -1 atau 6 E. 1 atau 6
 B. 2 atau 4 D. 0 atau 3

Jawab:

masukkan nilai $(-5, k)$ ke dalam persamaan lingkaran:

$$(-5)^2 + k^2 + 2(-5) - 5k - 21 = 0$$

$$25 + k^2 - 10 - 5k - 21 = 0$$

$$k^2 - 5k - 6 = 0$$

$$(k + 1)(k - 6) = 0$$

$$k = -1 \text{ atau } k = 6$$

jawabannya adalah C

EBTANAS1991

5. Lingkaran dengan persamaan

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0 \text{ melalui titik } (0, -1),$$

Jari-jarinya

- A. 1 B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. $\sqrt{10}$ E. 5

jawab:

Masukkan nilai $(0, -1)$ ke dalam persamaan:

$$0 + (-1)^2 - 0 + 2(-1) + c = 0$$

$$1 - 2 + c = 0$$

$$c = 2 - 1 = 1, \text{ sehingga persamaan lingkarannya}$$

$$\text{menjadi } x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$$

$$\text{didapat } A = -4 : B = 2 \text{ dan } C = 1$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{4}(-4)^2 + \frac{1}{4}(2)^2 - 1} = \sqrt{4 + 1 - 1} = \sqrt{4}$$

$$= 2$$

Jawabannya adalah B

UN2005

6. Persamaan garis singgung lingkaran

$$x^2 + y^2 + 10x - 12y + 20 = 0 \text{ yang melalui titik } (-9, 1) \text{ adalah.}$$

- A. $4x - 5y + 31 = 0$ D. $4x + 5y + 31 = 0$
 B. $4x - 5y + 41 = 0$ E. $4x + 5y + 42 = 0$
 C. $4x - 5y - 31 = 0$

jawab:

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 + \frac{1}{2} A (x + x_1) + \frac{1}{2} B (y + y_1) + C = 0$$

$$x_1 = -9 ; y_1 = 1 ; A = 10 ; B = -12 ; C = 20$$

$$x \cdot -9 + y \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 10 (x - 9) + \frac{1}{2} \cdot (-12) (y + 1) + 20 = 0$$

$$-9x + y + 5x - 45 - 6y - 6 + 20 = 0$$

$$-4x - 5y - 31 = 0 \Leftrightarrow 4x + 5y + 31 = 0$$

jawabannya adalah D

UN2006

7. Persamaan lingkaran dengan pusat $P(3, 1)$ dan menyinggung garis $3x + 4y + 7 = 0$ adalah...

$$A. x^2 + y^2 - 6x - 2y + 6 = 0$$

$$B. x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$$

$$C. x^2 + y^2 - 6x - 2y - 6 = 0$$

$$D. x^2 + y^2 + 6x - 2y - 9 = 0$$

$$E. x^2 + y^2 + 6x + 2y + 6 = 0$$

jawab:

persamaan lingkaran dengan pusat $(3, 1)$:

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = r^2$$

$$a = 3 ; b = 1$$

$$\text{menyinggung garis : } 3x + 4y + 7 = 0$$

$$\text{identik dengan } Ax + By + C = 0$$

$$A = 3 ; B = 4 \text{ dan } C = 7$$

$$r = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$= \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 1 + 7|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{|20|}{\sqrt{25}} = \frac{20}{5} = 4$$

sehingga persamaan lingkarannya:

$$(x-3)^2 + (y-1)^2 = r^2$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = 4^2$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 + 1 - 16 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 2y - 6 = 0$$

jawabannya adalah C

UN2007

8. Salah satu persamaan garis singgung pada lingkaran $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 13$ di titik yang berabsis -1 adalah...

- A. $3x - 2y - 3 = 0$
- B. $3x - 2y - 5 = 0$
- C. $3x + 2y - 9 = 0$
- D. $3x + 2y + 9 = 0$
- E. $3x + 2y + 5 = 0$

jawab:

Titik berabsis -1 berarti $x = -1$
masukkan ke dalam persamaan:

$$(-1 - 2)^2 + (y+1)^2 = 13$$

$$(-3)^2 + (y+1)^2 = 13$$

$$9 + (y+1)^2 = 13$$

$$(y+1)^2 = 13 - 9$$

$$(y+1)^2 = 4$$

$$y + 1 = \sqrt{4}$$

$$y + 1 = \pm 2$$

$$y = -1 \pm 2$$

$$y = 1 \text{ atau } y = -3$$

jadi titiknya adalah $(-1, 1)$ dan $(-1, -3)$

Persamaan garis singgung melalui titik (a, b) adalah

$$(x - a)(x_1 - a) + (y - b)(y_1 - b) = r^2$$

$$a = 2 ; b = -1 ;$$

melalui titik $(-1, 1) \rightarrow x_1 = -1$ dan $y_1 = 1$:

$$(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(1 + 1) = 13$$

$$-3x + 6 + 2y + 2 - 13 = 0$$

$$-3x + 2y - 5 = 0 \rightarrow \text{di jawaban tidak ada}$$

melalui titik $(-1, -3) \rightarrow x_1 = -1$ dan $y_1 = -3$

$$(x - 2)(-1 - 2) + (y + 1)(-3 + 1) = 13$$

$$-3x + 6 - 2y - 2 - 13 = 0$$

$$-3x - 2y - 9 = 0 \Leftrightarrow 3x + 2y + 9 = 0$$

jawabannya adalah D

UN2004

9. Persamaan garis singgung lingkaran

$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$ yang tegak lurus garis $3x - y = 0$ adalah...

$$A. y - 3 = -3(x - 1) \pm 3\sqrt{10}$$

$$B. y - 3 = -3(x - 1) \pm \sqrt{10}$$

$$C. y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{10}$$

$$D. y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm 3\sqrt{10}$$

$$E. y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm 9\sqrt{10}$$

jawab:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 6y + 1 = 0$$

$$A = -2; B = -6; C = 1$$

$$\text{Pusat } (-\frac{1}{2}A, -\frac{1}{2}B) \text{ dan } r = \sqrt{\frac{1}{4}A^2 + \frac{1}{4}B^2 - C}$$

$$\text{Pusat } = (-\frac{1}{2} \cdot -2, -\frac{1}{2} \cdot -6) = (1, 3) \rightarrow a = 1; b = 3$$

$$r = \sqrt{\frac{1}{4} \cdot (-2)^2 + \frac{1}{4} \cdot (-6)^2 - 1}$$

$$= \sqrt{1 + 9 - 1} = \sqrt{9}$$

$$\text{persamaan garis } 3x - y = 0 \rightarrow y = 3x \rightarrow m = 3$$

misal m ini adalah m_a

misal m_b = gradient garis singgung

karena tegak lurus maka :

$$m_a \cdot m_b = -1$$

$$3 \cdot m_b = -1 \rightarrow m_b = -\frac{1}{3}$$

Maka persamaan garis singgung lingkarannya adalah:

$$y - b = m(x - a) \pm r\sqrt{1 + m^2}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{9} \sqrt{1 + (-\frac{1}{3})^2}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{9} \sqrt{1 + \frac{1}{9}}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{9} \sqrt{\frac{10}{9}}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{\frac{90}{9}}$$

$$y - 3 = -\frac{1}{3}(x - 1) \pm \sqrt{10}$$

jawabannya adalah C

EBTANAS2000

10. Garis singgung dititik (12,-5) pada lingkaran

$$x^2 + y^2 = 169 \text{ menyinggung lingkaran}$$

$$(x-5)^2 + (y-12)^2 = p. \text{ Nilai } p = \dots$$

A. 207 B. 169 C. 117 D. 19 E. 13

jawab:

Persamaan garis singgung di titik (12,-5) pada lingkaran

$$x^2 + y^2 = 169 \text{ adalah:}$$

$$x \cdot x_1 + y \cdot y_1 = r^2$$

$$x_1 = 12; y_1 = -5$$

$$12x - 5y = 169$$

$$\Leftrightarrow 12x - 5y - 169 = 0$$

$$Ax + By + C \rightarrow A = 12; B = -5 \text{ dan } C = -169$$

$$\text{lingkaran } (x-5)^2 + (y-12)^2 = p$$

$$a = 5; b = 12$$

jika lingkaran berpusat di (a,b) menyinggung garis $Ax + By + C$, maka

$$r = \frac{|Aa + Bb + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

$$p = r^2$$

$$r = \frac{|12 \cdot 5 + (-5) \cdot 12 - 169|}{\sqrt{12^2 + (-5)^2}}$$

$$= \frac{|-169|}{\sqrt{169}} = \frac{169}{13} = 13$$

$$p = r^2 = 13^2 = 169$$

Jawabannya adalah B

EBTANAS2001

11. Salah satu persamaan garis singgung dari titik (0,4) pada lingkaran $x^2 + y^2 = 4$ adalah..

A. $y = x + 4$ C. $y = -x + 4$ E. $y = -x\sqrt{2} + 4$

B. $y = 2x + 4$ D. $y = -x\sqrt{3} + 4$

Jawab:

titik (0,4) berada di luar lingkaran :

$$\text{karena } 0^2 + 4^2 > 4$$

persamaan garis singgung melalui titik (0,4):

$$y = mx + c$$

$$x_1 = 0; y_1 = 4$$

$$y - y_1 = m(x - x_1);$$

$$y - 4 = m(x - 0)$$

$$y = mx + 4 \rightarrow \text{maka } c = 4$$

cari nilai m

$$y_1 - b = m(x_1 - a) + c; \text{ dimana } c = r\sqrt{1+m^2}$$

$$c = r\sqrt{1+m^2} \Leftrightarrow c^2 = r^2(1+m^2)$$

$$16 = 4(1+m^2)$$

$$16 = 4 + 4m^2$$

$$12 = 4m^2$$

$$m^2 = 3$$

$$m = \pm \sqrt{3}$$

masukkan ke dalam persamaan $y = mx + 4$.

$$\text{jika } m = \sqrt{3} \rightarrow y = \sqrt{3}x + 4$$

$$\text{jika } m = -\sqrt{3} \rightarrow y = -\sqrt{3}x + 4$$

Jawabannya adalah D